

Influence des paramètres d'une loi de comportement d'un fluide rhéo-épaississant sur le coefficient de frottement

S. Guillou et R. Makhloufi

*Laboratoire Universitaire des Sciences Appliquées de Cherbourg (EA 2607), Site Universitaire,
BP 78, 50130 Octeville*

Reçu le 15 mars 2004 - Version finale acceptée le 10 septembre 2004

Résumé : Nous présentons les résultats d'une étude de l'effet d'une loi de comportement d'un fluide visqueux rhéo-épaississant (une solution aqueuse de tensioactif) sur l'évolution du coefficient de frottement à la paroi en fonction du nombre de Reynolds. Cette étude, menée à l'aide d'un modèle numérique tridimensionnel dans un canal plan, met en évidence un effet non négligeable du rhéo-épaississement local sur la réduction de la traînée. L'influence de certains paramètres clés de cette loi de comportement sur le coefficient de frottement est également reportée.

Mots-clé : Simulation numérique directe, réduction de la traînée, coefficient de frottement, fluide rhéo-épaississant

Abstract: We present results on the study of the effect of a viscous shear-thickening fluid (aqueous surfactant solution) rheological law on the evolution of the friction factor versus Reynolds number. This study, made by using a three-dimensional numerical model in a plane channel, clearly shows a non-negligible effect of a local shear-thickening on drag reduction. The influence of some key parameters of this law on the friction factor is also reported.

1. Introduction

L'ajout d'une petite quantité d'additifs tels que des polymères ou des tensio-actifs à un fluide newtonien, comme l'eau par exemple, peut modifier significativement son comportement sous écoulement. Le fluide devient une suspension à très faible concentration en tensio-actifs ou polymères, ce qui induit une réduction significative du frottement à la paroi par rapport au fluide primaire (eau). Ce phénomène physique bien connu est appelé réduction de la traînée. En effet, la présence de ces additifs modifie le comportement rhéologique du fluide initial en lui conférant des propriétés rhéologiques particulières qui jouent un rôle encore mal connu dans la réduction du frottement à la paroi. Parmi ces propriétés, le rhéo-épaississement a une influence sur la réduction de la traînée. Il a été montré, en effet, que certains systèmes micellaires qui exhibent ce comportement rhéologique ont conduit à la diminution du coefficient de frottement [1]. C'est le cas de la solution aqueuse d'Ethoquad O/12 (Oreyl-bishydroxyethyl-methyl-ammonium chloride à 500 ppm de concentration) + NaSal (à 300 ppm) [2] dont les données sont reportées sur la Figure 1. Sur cette courbe, une augmentation brusque de la viscosité, caractéristique des effets du rhéo-épaississement, apparaît pour des taux de cisaillement compris entre 5 et 10 s⁻¹.

Connaissant le comportement visqueux apparent de cette solution, on souhaite étudier son impact sur le frottement à la paroi à l'aide d'un modèle numérique tridimensionnel. En effet, la simulation numérique peut nous le permettre, à condition de ne pas introduire de paramètres supplémentaires liés à la modélisation de la turbulence. Ainsi, selon Ferziger et Peric [3], l'approche la plus exacte pour simuler les écoulements turbulents est de résoudre les équations de Navier-Stokes directement, sans faire aucune approximation autre que l'erreur de discrétisation. Nous adoptons cette approche dénommée "Direct Numerical Simulation" dans laquelle la turbulence sera calculée et non modélisée. La contrainte de frottement à la paroi $\tau_p = \rho u_\tau^2$, où u_τ est la vitesse de frottement et ρ la masse volumique, est un résultat de la simulation, ce qui nous permet d'atteindre le coefficient de frottement $C_f = 2 \tau_p / (\rho U_m^2)$ où U_m est la vitesse débitante. Dans cet article, nous rappellerons d'abord dans la section 2 la loi utilisée pour modéliser le comportement visqueux de la solution d'Ethoquad O/12 de la Figure 1 [4]. Dans la section 3, le fondement mathématique et les conditions de simulation sont présentés, tandis que la section 4 présente la procédure d'obtention du coefficient de frottement. Les résultats de l'étude de l'influence de certains paramètres de cette loi sur le frottement à la paroi sont présentés dans la section 5.

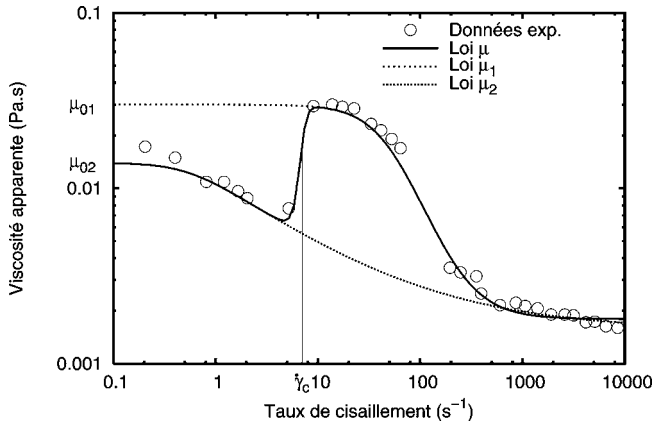


Figure 1. Viscosité apparente de la solution aqueuse Ethoquad O/12 à 500 ppm + NaSal à 300 ppm.

O : données expérimentales [2] pour une température de 293K ; — modèle de viscosité μ .

2. Comportement visqueux

Le comportement visqueux de la Figure 1 peut être approché par morceau par deux lois de Carreau (Eq. 1), μ_1 et μ_2 , dont les paramètres (μ_{01} , μ_{02} , $\mu_{\infty 1}$, $\mu_{\infty 2}$, λ_1 , λ_2 , n_1 , n_2) sont donnés par le Tableau 1.

$$\mu_i(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty i} + (\mu_{0i} - \mu_{\infty i}) \left(1 + (\lambda_i \dot{\gamma})^2\right)^{\frac{n_i-1}{2}} \quad (1)$$

pour $i = 1, 2$

La loi μ_1 approche les valeurs expérimentales pour des taux de cisaillement supérieurs à la valeur critique $\dot{\gamma}_c = 7 \text{ s}^{-1}$, tandis que μ_2 est considérée pour des taux de cisaillement inférieurs à $\dot{\gamma}_c$. On utilise une fonction hyperbolique pour relier ces deux parties de manière continue et douce [4]. Cette méthode nous permet d'écrire une loi, notée μ (Eq. 2), valable quel que soit $\dot{\gamma}$, approchant au mieux le comportement rhéologique de cette solution avec $\dot{\gamma}_c = 7 \text{ s}^{-1}$ et $r = 1 \text{ s}^{-1}$.

$$\mu(\dot{\gamma}) = \frac{\mu_1(\dot{\gamma}) + \mu_2(\dot{\gamma})}{2} \left[1 + \tanh\left(\frac{\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_c}{r}\right)\right] \quad (2)$$

μ (Pa.s)	μ_0 (10^{-3} Pa.s)	μ_{∞} (10^{-3} Pa.s)	λ (s)	n
μ_1	30	1.8	0.02	0.8
μ_2	14	1.56	1.8	0.55

Tableau 1 : Valeurs des paramètres des lois μ_1 et μ_2 (Ethoquad O/12).

3. Fondements et conditions de simulation

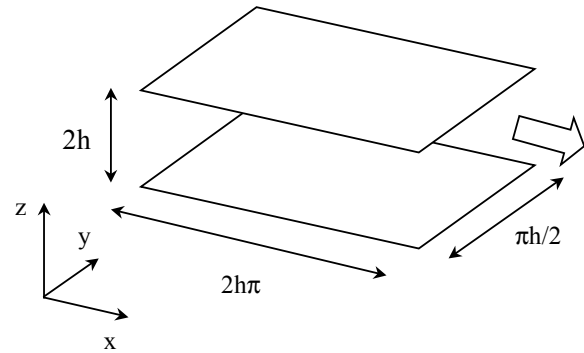


Figure 2. Configuration de l'écoulement entre deux plaques planes parallèles

On considère un fluide newtonien (typiquement de l'eau comme solvant) auquel on ajoute une petite quantité d'additifs (tensioactifs). On décrit ici le mouvement d'un tel fluide par les équations des fluides incompressibles dans lesquelles le tenseur déviatorique des contraintes $\boldsymbol{\tau}$ est évalué en posant l'hypothèse du fluide newtonien généralisé qui conduit à l'équation constitutive $\boldsymbol{\tau} = 2\mu(\mathbb{II}_{2D})\mathbf{D}$. Dans cette relation, \mathbf{D} représente le tenseur des taux de déformation et $\mathbb{II}_{2D} = -2\mathbf{D}:\mathbf{D}$ est son second invariant, qui, dans le cas du cisaillement simple, se réduit à $-\dot{\gamma}^2$. La viscosité dynamique μ est donc une fonction du gradient de vitesse $\dot{\gamma}$. Cette modélisation du comportement rhéologique est *a priori* de type visqueux. L'évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement est donnée par l'équation (2).

Nous utilisons ici le code de calcul SUDRES3D [4, 5]. Ce code est basé sur l'utilisation d'un algorithme de type Chorin [6]-Temam [7], couplé à la méthode des différences finies. Le positionnement des inconnues est décalé et entrelacé.

Notre étude est faite avec la configuration de la Figure 2. Il s'agit d'un écoulement turbulent entre deux plaques parallèles distantes de $2h$. Les dimensions dans le plan d'homogénéité xy sont $2\pi h \times \pi h/2$. Des conditions de périodicité sont imposées dans les directions x et y , et une condition de non-glissement est imposée à la paroi. Les calculs sont conduits à débit fixé avec un maillage $21 \times 21 \times 61$ dans les directions x , y et z , respectivement. On utilise le nombre de Reynolds moyen, défini par $Re_m = 2U_m h \rho / \mu_s$, où μ_s est la viscosité dynamique du solvant.

Dans ce genre de simulation, les conditions initiales ont de l'importance pour démarrer la turbulence. Pour ce faire, pour le fluide newtonien, nous

utilisons un profil parabolique de Poiseuille, perturbé par une fluctuation aléatoire de 10 % d'amplitude [4]. Cette condition initiale permet d'aboutir à un écoulement pleinement turbulent. Les résultats instantanés finaux (régime turbulent) de cette simulation sont ensuite utilisés comme conditions initiales des simulations des

comportements rhéologiques présentés dans la section précédente. Le coefficient de frottement est alors obtenu par moyenne temporelle, comme cela est expliqué dans la section suivante.

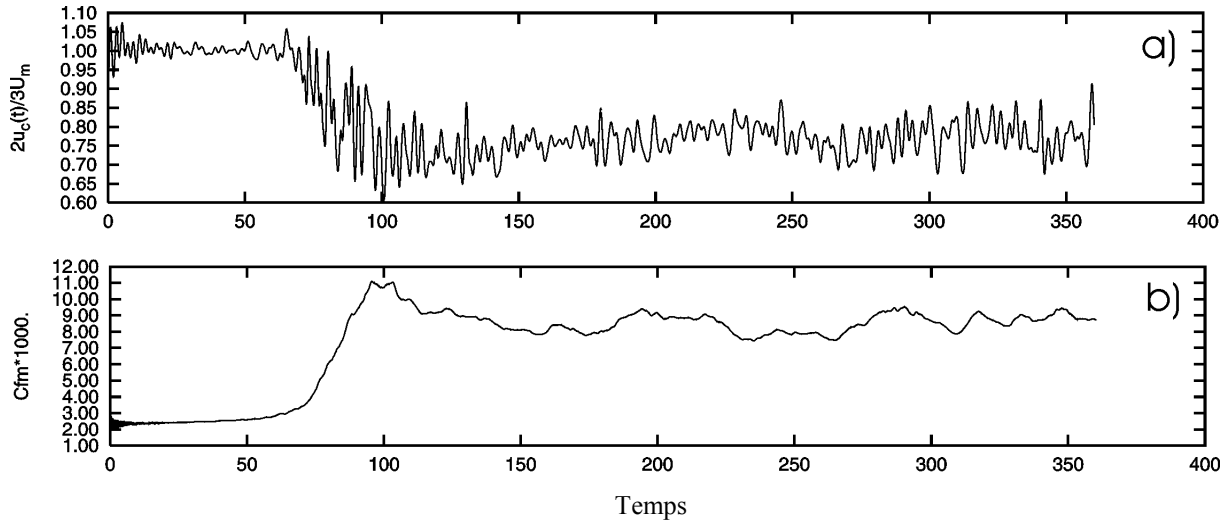


Figure 3 : Valeurs instantanées de la vitesse au centre du domaine normée par $1,5 U_m$ (a) et du coefficient de frottement à la paroi (b).

4. Procédure d'obtention du coefficient de frottement

Nous décrivons la procédure pour obtenir le coefficient de frottement à la paroi dans le cas d'un fluide newtonien simple, tel que l'eau qui sert de solvant dans notre solution de tensio-actif. On considère l'écoulement pour un nombre de Reynolds Re_m de 5600. Le suivi temporel de la vitesse axiale au centre du domaine de calcul est présenté sur la Figure 3a. Dans un premier temps ($t < 60$), $2u_c(t)/3U_m$ fluctue autour de 1 (régime laminaire), puis de $t \approx 60$ à $t \approx 150$, l'écoulement se déstabilise pour se re-stabiliser après $t \approx 150$. $2u_c(t)/3U_m$ fluctue alors autour de 0,78 (régime turbulent). On entre dans l'état statistiquement stationnaire, c'est-à-dire stationnaire en moyenne. C'est sur cette période que l'on fait nos moyennes temporelles pour obtenir les grandeurs statistiques telles que l'intensité de la turbulence, le coefficient de frottement...

$$\langle u \rangle(z, t) = \int_{-\pi h}^{\pi h} \int_{-\pi h/4}^{\pi h/4} u(x, y, z, t) dx dy \quad (3)$$

$$u_\tau(t) = \sqrt{\left. \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \langle u \rangle(z, t)}{\partial z} \right|_{-h}} \quad (4)$$

$$Cf(t) = 2 \left[\frac{u_\tau(t)}{U_m} \right]^2 \quad (5)$$

La procédure est la suivante. Comme on doit obtenir un écoulement turbulent stationnaire, on effectue une moyenne spatiale du profil de vitesse $\langle u \rangle(z, t)$ selon l'axe z (Eq. 3), ce qui nous permet d'établir le gradient de vitesse à la paroi et la vitesse de frottement $u_\tau(t)$ instantanée (Eq. 4), puis le coefficient de frottement instantané $Cf(t)$ (Eq. 5).

L'évolution temporelle du coefficient de frottement $Cf(t)$ instantané, calculée avec les équations (3) à (5), est présentée sur la Figure 3b. Après $t \approx 150$, $Cf(t)$ fluctue autour de $8 \cdot 10^{-3}$. En effectuant une moyenne temporelle sur l'état statistiquement stationnaire, on trouve une valeur de $\overline{Cf} \approx 8,32 \cdot 10^{-3}$, très proche du résultat obtenu avec la corrélation de Dean [8]:

$$\overline{Cf} = 0,078 Re_m^{-0,25} \approx 8,44 \cdot 10^{-3}.$$

5. Résultats et discussions

5.1 Effet de μ sur le coefficient de frottement

Afin de quantifier l'effet du rhéo-épaississement (observé sur la Fig. 1) sur la réduction de la traînée, nous calculons le coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide décrit par la loi de comportement μ (loi composée, Eq. 2), avec les valeurs des paramètres (μ_{01} , μ_{02} , $\mu_{\infty 1}$, $\mu_{\infty 2}$, λ_1 , λ_2 , n_1 , n_2) données par le Tableau 1, $\dot{\gamma}_c = 7 \text{ s}^{-1}$ et $r = 1 \text{ s}^{-1}$. Ces valeurs correspondent à celles qui approchent le plus les valeurs expérimentales de Usui et al. [2].

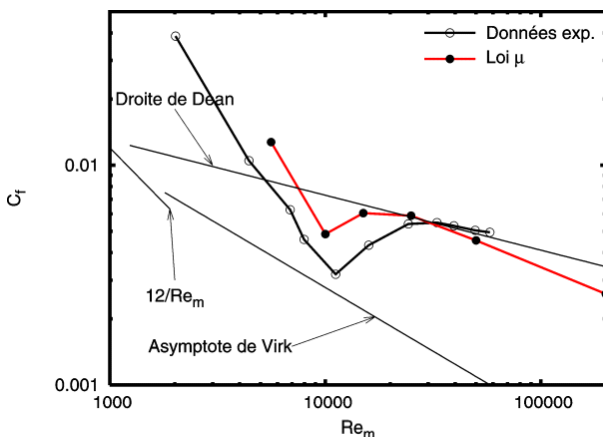


Figure 4. Evolution du coefficient de frottement en fonction de Re_m . Comparaison entre les résultats expérimentaux de Usui et al. [2] (solution aqueuse d'Ethoquad O/12 à 500 ppm + NaSal à 300 ppm) et nos résultats de calculs pour la loi μ .

La Figure 4 présente l'évolution du coefficient de frottement C_f en fonction du nombre de Reynolds Re_m . Les résultats de calculs (symbole ●), ainsi que les données expérimentales de Usui et al. [2] (symbole ○), y sont portés. L'allure générale de la courbe obtenue par calcul est semblable à celle obtenue expérimentalement. A bas nombre de Reynolds, le coefficient de frottement est plus élevé que celui obtenu pour un fluide newtonien, puis décroît lorsque Re_m augmente, jusqu'à un minimum au voisinage de $Re_m \approx 10\,000$, s'approchant ainsi de l'asymptote de Virk [9], asymptote qui correspond à la limite basse des valeurs de C_f obtenues avec les solutions de polymères. Au-delà de $Re_m \approx 10\,000$, C_f augmente pour atteindre la droite de Dean [8], droite qui donne le coefficient de frottement en régime turbulent pour un fluide newtonien en écoulement entre deux plaques. Cependant, les valeurs du coefficient de frottement calculées sont plus élevées que celles obtenues expérimentalement par Usui et al. [2] et la zone de transition laminaire-turbulent apparaît à un nombre de Reynolds plus faible. Ces

écarts sont probablement dus aux raisons qui suivent: d'une part, les données expérimentales sont obtenues pour un écoulement dans une conduite cylindrique à une température de 280 K et nos calculs sont effectués dans un canal plan à une température de 293 K, la température ayant un effet direct sur la viscosité du fluide; d'autre part, le comportement rhéologique pris en compte dans notre modèle est de type visqueux et la non prise en compte directe des effets élastiques dans la loi de comportement peut induire un manque de représentativité des phénomènes mis en jeu.

Si l'on s'en tient à la définition du taux de réduction de la traînée à débit constant de Zakin [1] ($DR = 100 (C_{f_s} - C_f)/C_{f_s}$, où C_f est le coefficient de frottement de la solution et C_{f_s} celui du solvant), le taux de réduction maximum obtenu est de l'ordre de 32 %. Ceci est assez faible, comparé aux 80 % que l'on relève souvent avec les solutions de tensio-actifs, mais est en adéquation avec le profil de vitesse trouvé [4].

5.2 Effet des paramètres de la loi composée

Afin de mieux comprendre l'effet du rhéo-épaississement local sur le coefficient de frottement, une étude de l'influence des différents paramètres μ_{01} , μ_{02} , $\mu_{\infty 1}$, $\mu_{\infty 2}$, λ_1 , λ_2 , n_1 , n_2 , r , $\dot{\gamma}_c$ de la loi composée $\mu(\dot{\gamma})$ a été menée.

Les paramètres $\mu_{\infty 2}$ et $\mu_{\infty 1}$ représentent les viscosités aux taux de cisaillement élevés des lois μ_2 et μ_1 , respectivement. En général, aux cisaillements élevés, ces viscosités correspondent à celle du solvant. En effet, les valeurs de $\mu_{\infty 2}$ et $\mu_{\infty 1}$ relevées sur la courbe expérimentale tendent vers la valeur de la viscosité de l'eau, qui est celle du solvant utilisé. Ces paramètres ne sont donc pas modifiables. Les paramètres n_1 et n_2 représentent les pentes respectives des lois μ_1 et μ_2 dans la partie décroissante (en échelle logarithmique). Les paramètres μ_{01} et μ_{02} représentent les viscosités à gradient de vitesse nul des deux lois μ_1 et μ_2 et $\dot{\gamma}_c$ est le taux de cisaillement critique à partir duquel on change de loi (passage de μ_2 à μ_1) et qui correspond à l'apparition du rhéo-épaississement. Ce passage n'est pas brusque mais, comme on peut le constater sur la Figure 1, il se fait sur une zone allant de 6 à 8 s^{-1} . C'est le paramètre r qui permet de prendre en compte cet effet.

Nous proposons d'étudier l'influence de certains de ces paramètres sur l'évolution du coefficient de frottement. On choisira de faire évoluer un

paramètre en fixant les autres identiques aux valeurs de référence du Tableau 1.

Pour étudier l'effet de μ_{01} , on fixe μ_{02} à $14 \cdot 10^{-3}$ Pa.s et on fait varier μ_{01} qui prend les valeurs 10, 14, 22, 30 et $40 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 5a. On constate que, pour $Re_m < 15000$, le coefficient de frottement augmente et que la zone de transition vers l'écoulement turbulent se décale vers des nombres de Reynolds plus importants quand μ_{01} augmente. Pour $Re_m > 15000$, le coefficient de frottement change peu par rapport au cas de référence et le taux de réduction maximum obtenu (pour tout nombre de Reynolds) diminue quand μ_{01} augmente. Il varie de 43 % pour une valeur de μ_{01} égal à $10 \cdot 10^{-3}$ Pa.s à 23 % pour une valeur de $40 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

Pour étudier l'effet de μ_{02} , on fixe μ_{01} à $30 \cdot 10^{-3}$ Pa.s et μ_{02} prend les valeurs 2, 5, 14 et $24 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. Les résultats obtenus sont présentés Figure 5b. On constate que les courbes obtenues pour les différentes valeurs de μ_{02} sont proches, voire superposées. Ceci nous amène à dire qu'au taux de cisaillement critique considéré ($\dot{\gamma}_c = 7 \text{ s}^{-1}$), le paramètre μ_{02} n'influe pas sur la réduction de la traînée.

Le troisième effet exploré est celui du gradient critique $\dot{\gamma}_c$. Dans ce cas, μ_{01} est fixé à $14 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. On conserve $r = 1 \text{ s}^{-1}$, mais le paramètre λ_1 n'est pas maintenu égal à la valeur du Tableau 1, autrement le rhéo-épaississement local n'apparaîtrait pas pour les valeurs de $\dot{\gamma}_c$ supérieures à 50 s^{-1} . On l'estime de manière à ce que la valeur maximale de la viscosité (qui correspond au rhéoépaississement) soit proche de μ_{01} à 5 % près. Ainsi, on décalera la "bosse" de la courbe $\mu(\dot{\gamma})$ sans en changer les caractéristiques. Par conséquent, les valeurs prises par le couple $\dot{\gamma}_c$ et λ_1 sont donc : (1 ; 0,04515), (7 ; 0,02), (10 ; 0,0156), (50 ; 0,004), (100 ; 0,00208), (500 ; 0,000428), (1000 ; 0,000215). Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 5c. Comparée aux cas précédents, l'allure de la courbe $Cf(Re_m)$ évolue fortement en fonction de $\dot{\gamma}_c$. Pour des taux de cisaillement critiques inférieurs ou égaux à 100 s^{-1} , son allure est semblable au cas de référence. Le coefficient de frottement décroît jusqu'à atteindre une valeur située en dessous de la droite de Dean, puis augmente jusqu'à atteindre cette droite et la suivre.

Globalement, la tendance que l'on observe est que, plus $\dot{\gamma}_c$ augmente, plus la courbe se décale vers des nombres de Reynolds plus grands. Ceci indique un

effet d'augmentation de la viscosité à la paroi pour tous les nombres de Reynolds.

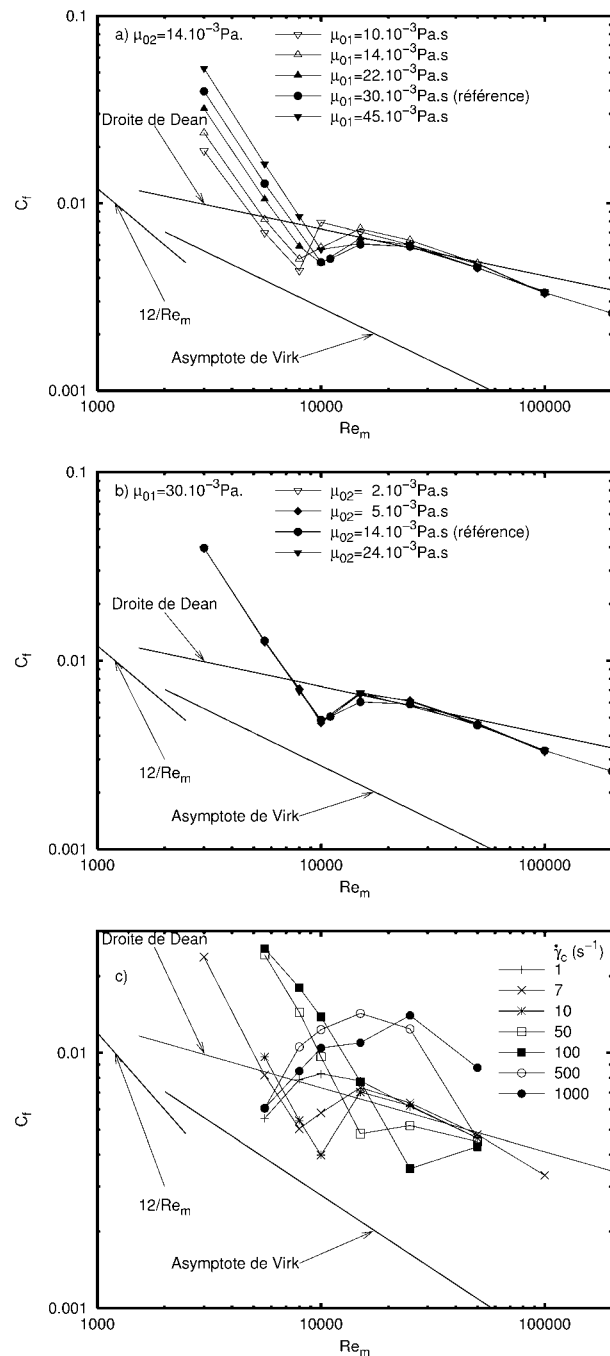


Figure 5 : Evolution du coefficient de frottement en fonction de Re_m : a) μ_{01} varie et μ_{02} fixé à $14 \cdot 10^{-3}$ Pa.s ; b) μ_{02} varie et μ_{01} fixé à $30 \cdot 10^{-3}$ Pa.s ; c) $\dot{\gamma}_c$ et λ_1 varient, μ_{01} est fixé à $14 \cdot 10^{-3}$ Pa.s et $\mu_{02}, \mu_{\infty 1}, \mu_{\infty 2}, \lambda_2, n_1, n_2$ sont donnés dans le Tableau 1.

Pour des valeurs de $\dot{\gamma}_c$ qui sont supérieures ou égales à 500 s^{-1} , la courbe présente aussi une décroissance de Cf jusqu'à atteindre une valeur en dessous de la droite de Dean, puis subit une augmentation jusqu'à une valeur bien au-dessus de cette droite, avant de décroître à nouveau et de

repasser en dessous de celle-ci. Ces courbes sont plus proches du cas $\dot{\gamma}_c = 1 \text{ s}^{-1}$, dans le sens où la première décroissance est observée pour un Re_m inférieur à 8000. On a donc une perte de l'effet rhéo-épaississant pour ce régime. Pour $Re_m > 8000$, le frottement croît jusqu'à des valeurs bien au-dessus des valeurs obtenues pour un fluide newtonien, avant de décroître rapidement et de passer à des valeurs inférieures à celles obtenues avec les corrélations de Dean.

Le rhéo-épaississement a donc un effet différent selon qu'il se produise à de faibles ou de forts taux de cisaillement. Ce résultat indique l'existence d'une valeur critique (ou d'une plage de valeurs) de $\dot{\gamma}_c$, entre 100 et 500 s^{-1} , pour laquelle le comportement de C_f change radicalement. Ceci peut-être s'expliquer par le fait que le frottement à la paroi est essentiellement piloté par l'écoulement en proche paroi, là où le taux de cisaillement est le plus fort.

6. Conclusions

Au cours de ce travail, des résultats d'une étude par simulation numérique de l'effet d'une loi de comportement d'un fluide visqueux rhéo-épaississant sur la réduction de la traînée ont été présentés. Une étude de l'influence de plusieurs paramètres de cette loi a été faite. L'ensemble de ces résultats montre un effet non négligeable du rhéo-épaississement local sur la réduction de la traînée. Il met également en évidence les paramètres clés de cette loi. Ainsi, le paramètre μ_{02} (pour $\dot{\gamma}_c = 7 \text{ s}^{-1}$) semble ne pas avoir d'influence sur le coefficient de frottement, alors que μ_{01} présente un effet d'autant meilleur que sa valeur est faible. Enfin, le paramètre qui semble avoir le plus d'incidence est le gradient critique $\dot{\gamma}_c$, qui présente un effet totalement

différent aux faibles valeurs ($< 100 \text{ s}^{-1}$) et aux fortes valeurs ($> 500 \text{ s}^{-1}$).

Remerciements

Le matériel nécessaire à cette étude a été financé avec l'aide de la Communauté Européenne (Fonds FEDER).

Références

- [1] Zakin J.L., Surfactant drag reduction, *Reviews Chem. Eng.*, 14, 253-320 (1998).
- [2] Usui H., T. Itoh, T. Saeki, On pipe diameter effects in surfactant drag-reducing pipe flows, *Rheol. Acta*, 37, 122-128 (1998).
- [3] Ferziger J.H., Peric M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin (1997).
- [4] Guillou S., Makhloufi R., Direct numerical simulation of an incompressible channel flow in presence of an additive, *11th International Conference "Transport and Sedimentation of Solid Particles"*, J. Sobota, R. Verhoeven Eds., AXA, Wroclam, 151-158 (2002).
- [5] Guillou S., Makhloufi R., Etude par DNS de l'effet de modification d'une loi de comportement d'une solution de tensioactif sur la réduction de la traînée, *Actes du 37^{ème} Colloque annuel du Groupe Français de Rhéologie*, St-Etienne, 187-192 (2002).
- [6] Chorin A.J., Numerical solution of the Navier-Stokes equations, *Math. Comput.*, 22, 745-762 (1968).
- [7] Temam R., On an approximate solution of the Navier-Stokes equations by the method of fractional step. Part 1, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 32, 377-385 (1969).
- [8] Dean R.B., Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow, *J. Fluids Eng.*, 100, 215-223 (1978).
- [9] Virk P.S., An elastic sublayer model for drag reduction by dilute solutions of linear macromolecules, *J. Fluid Mech.*, 45, 417-440 (1971).